

# KALIBRASI MODEL SEBARAN PERGERAKAN (GRAVITY MODEL) MENGGUNAKAN ADD-IN MICROSOFT EXCEL (SOLVER)

Rudy Setiawan<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Dosen Jurusan Teknik Sipil, Universitas Kristen Petra, Jl. Siwalankerto 121-131 Surabaya,  
rudy@petra.ac.id

Model sebaran pergerakan (*Trip Distribution Model*) merupakan salah satu tahap dalam Model Perencanaan Transportasi Empat Tahap (MPTEP). Manfaat dari model sebaran pergerakan adalah pemodelan pola pergerakan antarzona dengan mempertimbangkan pengaruh dari tingkat aksesibilitas sistem jaringan antarzona dan tingkat bangkitan dan tarikan tiap zona. Model sebaran pergerakan yang dibahas dalam makalah ini termasuk dalam kelompok metode sintesis, yaitu model *gravity* (GR). Tujuan dari penulisan makalah ini adalah memberikan alternatif metode untuk mengkalibrasi parameter dalam model GR yaitu  $\alpha$  dan  $\beta$ . yang merupakan parameter fungsi hambatan (aksesibilitas atau kemudahan) antarzona  $f(C_{id})$ . Dalam makalah ini akan dijelaskan bagaimana memanfaatkan spreadsheet dan fasilitas add-in solver dalam Microsoft Excel yang merupakan salah satu jenis *spreadsheet solvers* dengan dua tipe dasar algoritma yaitu *search algorithm* dan *simplex algorithm* untuk kalibrasi parameter fungsi hambatan  $f(C_{id})$ . Keunggulan dari solver untuk kalibrasi model GR adalah kemudahan penggunaan dan kecepatan proses perhitungan berulang (iterasi) dibanding metode kalibrasi secara konvensional (perhitungan secara manual). Namun penggunaan spreadsheet solver juga mempunyai keterbatasan dalam hal fleksibilitas terhadap perubahan dimensi Matriks Asal-Tujuan (MAT).

Kata kunci: *Trip Distribution, Gravity Model, Solver*

## 1. PENDAHULUAN

Model sebaran pergerakan (*Trip Distribution Model*) merupakan salah satu tahap dalam Model Perencanaan Transportasi Empat Tahap (MPTEP). Manfaat dari model sebaran pergerakan adalah pemodelan pola pergerakan antarzona dengan mempertimbangkan pengaruh dari tingkat aksesibilitas sistem jaringan antarzona dan tingkat bangkitan dan tarikan tiap zona.

Model sebaran pergerakan yang dibahas dalam makalah ini termasuk dalam kelompok metode sintesis, yaitu model *gravity* (GR).

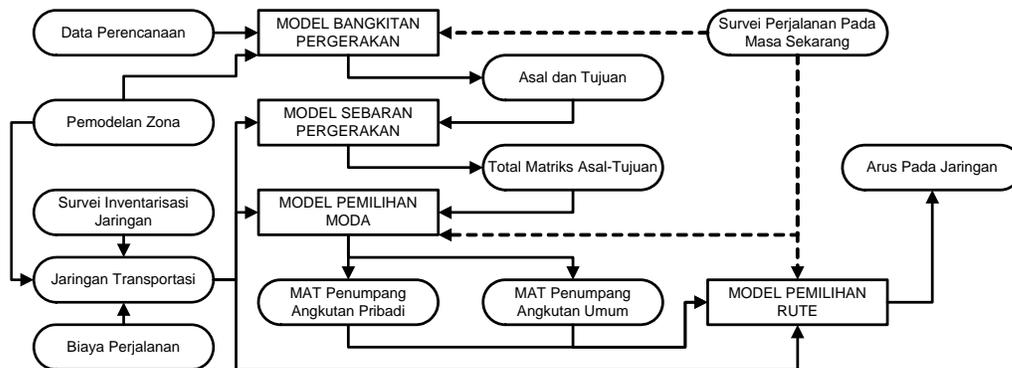
Tujuan dari penulisan makalah ini adalah memberikan alternatif metode untuk mengkalibrasi parameter dalam model GR yaitu  $\alpha$  dan  $\beta$ . yang merupakan parameter fungsi hambatan (aksesibilitas atau kemudahan) antarzona  $f(C_{id})$ .

---

## 2. LANDASAN TEORI

### 2.1. Model Perencanaan Transportasi Empat Tahap

Dalam konsep perencanaan transportasi terdapat empat jenis model yang termasuk dalam suatu proses pemodelan yang berurutan yang dikenal dengan istilah Model Perencanaan Transportasi Empat Tahap sebagaimana terlihat pada Gambar 1.



Gambar 1. Model Perencanaan Transportasi Empat Tahap (MPTEP) [5]

**Model Bangkitan Pergerakan** bertujuan untuk mendapatkan jumlah pergerakan yang dibangkitkan oleh setiap zona asal ( $O_i$ ) dan jumlah pergerakan yang tertarik ke setiap zona tujuan ( $D_d$ ) yang ada di dalam daerah kajian.

**Model Sebaran Pergerakan** bertujuan untuk memperkirakan besarnya pergerakan dari setiap zona asal ke setiap zona tujuan, yang dipengaruhi oleh besarnya bangkitan setiap zona asal dan tarikan setiap zona tujuan serta tingkat aksesibilitas sistem jaringan antarzona yang biasanya dinyatakan dengan jarak, waktu, atau biaya (biaya gabungan).

**Model Pemilihan Moda** bertujuan untuk mengetahui proporsi orang yang akan menggunakan setiap moda transportasi.

**Model Pemilihan Rute** bertujuan untuk mengetahui proses pemilihan rute perjalanan dari setiap pergerakan yang terjadi dalam proses pencapaian zona tujuannya.

### 2.2. Model Sebaran Pergerakan

Pola pergerakan dalam sistem transportasi sering dinyatakan dalam bentuk arus pergerakan (kendaraan, penumpang, dan barang) yang bergerak dari zona asal ke zona tujuan pada suatu daerah tertentu dan selama periode waktu tertentu.

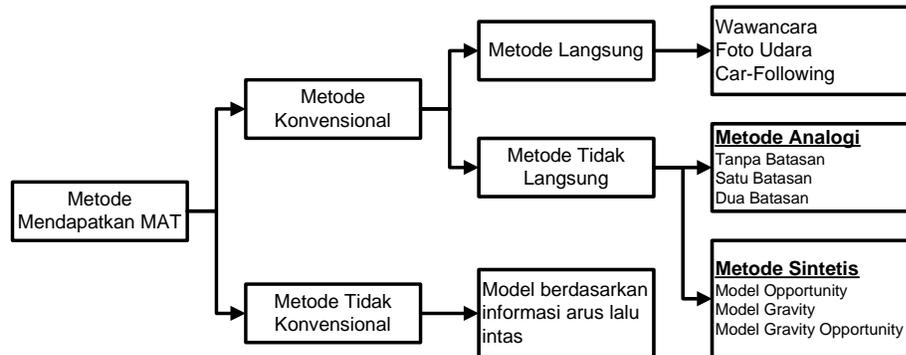
Matriks Pergerakan atau Matriks Asal-Tujuan (MAT) adalah matriks berdimensi dua yang paling sering dipergunakan untuk menggambarkan pola pergerakan yang memuat informasi jumlah pergerakan antarzona.

Baris dalam MAT menyatakan zona asal dan kolom dalam MAT menyatakan zona tujuan, sehingga setiap sel dalam MAT menyatakan besarnya arus pergerakan yang bergerak dari zona asal  $i$  menuju ke zona tujuan  $j$  selama selang waktu tertentu sebagaimana terlihat pada Tabel 1

**Tabel 1:** Bentuk Umum Matriks Asal-Tujuan (MAT) [5]

Zona	1	2	3	...	N	$O_i$
1	$T_{11}$	$T_{12}$	$T_{13}$	...	$T_{1N}$	$O_1$
2	$T_{21}$	$T_{22}$	$T_{23}$	...	$T_{2N}$	$O_2$
3	$T_{31}$	$T_{32}$	$T_{33}$	...	$T_{3N}$	$O_3$
...	...	...	...	...	...	...
N	$T_{N1}$	$T_{N2}$	$T_{N3}$	...	$T_{NN}$	$O_N$
$D_d$	$D_1$	$D_2$	$D_3$	...	$D_N$	T

Gambar 2 memperlihatkan beberapa macam cara untuk mendapatkan Matriks Asal-Tujuan (MAT) yang dikelompokkan menjadi dua bagian utama, yaitu metode konvensional dan metode tidak konvensional.



**Gambar 2.** Metode Untuk Mendapatkan Matriks Asal-Tujuan (MAT) [5]

Metode mendapatkan MAT yang dibahas dalam makalah ini adalah salah satu model dalam metode sintetis, yaitu model *gravity* (GR). Model tersebut merupakan metode interaksi spasial yang paling terkenal dan sering dipergunakan karena sangat sederhana, mudah dimengerti dan digunakan.

Berikut beberapa persamaan yang dipergunakan dalam model GR [5, 6]:

$$T_{id} = A_i \times O_i \times B_d \times D_d \times f(C_{id}) \quad \dots\dots (1)$$

$$\sum_{d=1}^N T_{id} = O_i \quad \dots\dots (2)$$

$$\sum_{i=1}^N T_{id} = D_d \quad \dots\dots (3)$$

$$A_i = \frac{1}{\sum_d (B_d \times D_d \times f_{id})} \quad \dots\dots (4)$$

$$B_d = \frac{1}{\sum_i (A_i \times O_i \times f_{id})} \quad \dots\dots (5)$$

dimana:

- $T_{id}$  adalah jumlah pergerakan dari zona asal  $i$  menuju ke zona tujuan  $d$
- $A_i$  dan  $B_d$  adalah faktor penyeimbang agar persyaratan persamaan (2) dan (3) dapat dipenuhi
- $O_i$  adalah jumlah pergerakan yang berasal dari zona asal  $i$
- $D_d$  adalah jumlah pergerakan yang menuju ke zona tujuan  $d$

$f(C_{id})$  adalah fungsi hambatan (ukuran aksesibilitas) antara zona  $i$  dan zona  $d$

Dalam Microsoft Excel terdapat sebuah fungsi yang berguna dalam perhitungan faktor penyeimbang  $A_i$  dan  $B_d$  (persamaan 4 dan 5) yaitu fungsi @SUMPRODUCT yang memudahkan perkalian antara dua kelompok data [1, 3].

Fungsi hambatan yang umumnya digunakan dalam model GR ada tiga, yaitu [4, 5, 6]:

$$f(C_{id}) = C_{id}^{-\alpha} \text{ (fungsi pangkat)} \quad \dots\dots (6)$$

$$f(C_{id}) = e^{-bC_{id}} \text{ (fungsi eksponensial-negatif)} \quad \dots\dots (7)$$

$$f(C_{id}) = C_{id}^{-\alpha} \times e^{-bC_{id}} \text{ (fungsi Tanner)} \quad \dots\dots (8)$$

Jika nilai  $C_{id}$ ,  $O_i$ , dan  $D_d$  diketahui, maka parameter model GR yang tidak diketahui hanyalah parameter  $\alpha$  dan  $\beta$ . Proses penaksiran nilai parameter  $\alpha$  dan  $\beta$  dikenal dengan proses kalibrasi model.

Terdapat berbagai metode untuk mengkalibrasi parameter model GR, yaitu: Metode sederhana, metode Hyman, metode analisis regresi-linear, metode penaksiran kuadrat-terkecil (KT), metode penaksiran kemiripan-maksimum (KM), dan metode penaksiran entropi-maksimum (EM) dengan menggunakan penurunan model matematika [6].

Model GR dapat dibagi lagi menjadi empat jenis yaitu: tanpa batasan (*Unconstraint Gravity Model / UCGR*), dengan-batasan-bangkitan (*Production Constraint Gravity Model / PCGR*), dengan-batasan-tarikan (*Attraction Constraint Gravity Model / ACGR*), dan dengan-batasan-bangkitan-tarikan (*Production Attraction Constraint Gravity Model/PACGR*).

Model PCGR dan ACGR sering pula disebut sebagai dengan-satu-batasan (*Single Constraint Gravity Model / SCGR*), dan model PACGR sering pula disebut sebagai dengan-dua-batasan atau (*Double Constraint Gravity Model / DCGR*).

Dalam makalah ini pembahasan alternatif metode untuk mengkalibrasi parameter fungsi hambatan lebih difokuskan untuk model DCGR.

### 2.3. Indikator Uji Statistik Untuk Membandingkan MAT

Perlu dilakukan uji statistik untuk mengetahui tingkat akurasi antara MAT hasil penaksiran dengan MAT hasil pengamatan. Salah satu indikator uji statistik yang dapat dipergunakan adalah *Root Mean Square Error* (RMSE) dengan rumus sebagai berikut [1, 3, 4, 6] :

$$RMSE = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{d=1}^N \left[ \frac{(\hat{T}_{id} - T_{id})^2}{N \times (N - 1)} \right]} \text{ untuk } i \neq d \quad \dots\dots (9)$$

dimana:

$T_{id}$  adalah MAT hasil penaksiran

$\hat{T}_{id}$  adalah MAT hasil pengamatan

$N$  adalah total jumlah zona asal dan zona tujuan

Dalam Microsoft Excel terdapat sebuah fungsi yang berguna dalam perhitungan RMSE yaitu fungsi  $@SUMSQ$ , dengan fungsi tersebut dapat diperoleh *Sum of Square Error* (SSE) [1, 3, 4].

#### 2.4. Add-In Solver Pada Microsoft Excel

Salah satu penggunaan komputer sebagai alat bantu dalam proses pengambilan keputusan adalah penggunaan berbagai jenis *Spreadsheet Solvers*. Solver adalah sebuah *spreadsheet optimizer* dan *goal-seeking* yang merupakan program add-in dalam software Microsoft Excel [2].

Dalam solver terdapat beberapa tahap [1], yaitu:

- **Goal Seeking**, pada tahap ini solver berfungsi untuk mendapatkan suatu nilai dalam *target cell* yang harus sama dengan suatu nilai tertentu. Aplikasinya berupa penyelesaian terhadap permasalahan dalam *break-even analysis* atau *internal rate of return* atau persamaan simultan.
- **Unconstrained Optimization**, pada tahap ini solver berfungsi untuk mendapatkan suatu nilai dalam satu *target cell* untuk dimaksimalkan atau diminimalkan. Aplikasinya berupa penyelesaian terhadap permasalahan dalam *inventory problem*.
- **Constrained Optimization**, pada tahap ini solver memperbolehkan penetapan beberapa *constraint* bersama-sama dengan satu *target cell* untuk dioptimumkan nilainya.

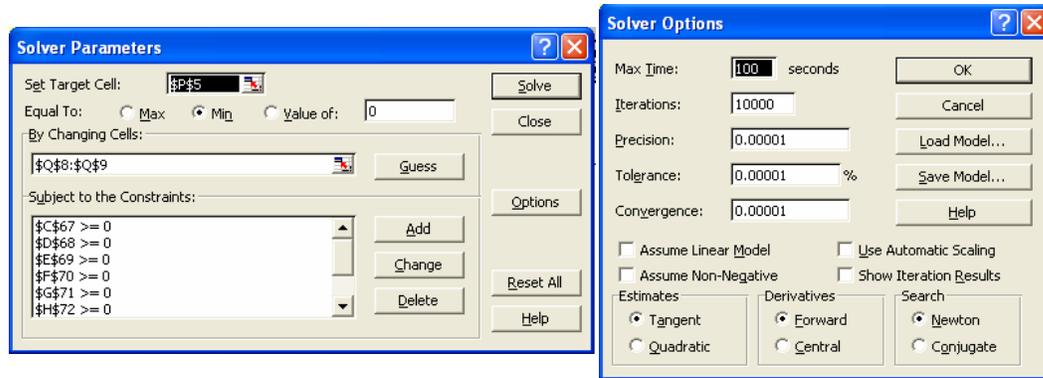
Terdapat dua metode dalam solver untuk mendapatkan solusi [1], yaitu:

- **Gradient Search**, metode ini bekerja dengan cara menelusuri nilai yang lebih besar atau lebih kecil disekitar nilai awal berdasarkan atas batasan yang telah ditentukan, jika semua arah perubahan nilai sudah tidak dapat memperbaiki pencapaian *objective function* maka prosedur perhitungan akan dihentikan. Ahli matematik menyebutkan hasil dari metode ini dengan istilah *local optimum*, suatu titik yang mempunyai nilai lebih optimum dibandingkan titik lain disekitarnya. Hanya metode ini yang dapat dipergunakan pada permasalahan non-linear.
- **Simplex Algorithm**, metode ini merupakan suatu prosedur perhitungan yang sangat cepat untuk permasalahan linear dengan menggunakan algoritma matematika yang memungkinkan solver untuk mencari solusi optimum hanya dengan melihat beberapa kemungkinan. Metode ini hanya dapat dipergunakan untuk permasalahan dengan *linear constraints* dan *linear objective function*.

Gambar 3a memperlihatkan tampilan menu solver parameters untuk menentukan lokasi *target cell*, *objective function* (*max, min, equal with/value of*), sel referensi yang boleh dirubah nilainya serta berbagai *constraint* yang hendak diberlakukan. Tersedia pula menu solver option untuk merubah berbagai parameter optimasi sebagaimana terlihat pada Gambar 3b.

Berikut penjelasan dari masing-masing opsi:

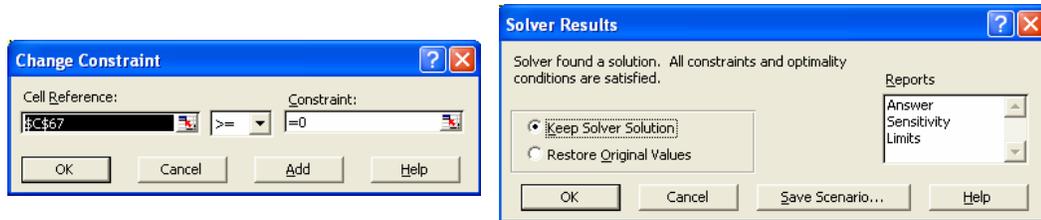
- **Max Time**, batas waktu untuk mendapatkan solusi optimum (*default 100 seconds*),
- **Iterations**, batas pengulangan perhitungan untuk mendapatkan solusi (*default 100 iterations*),
- **Precision**, mengatur tingkat presisi solusi (0,0001 lebih tinggi dari 0,01),



Gambar 3. Menu Input Solver Parameter dan Solver Option Dalam Microsoft Excel

- **Tolerance**, opsi ini hanya digunakan dalam *integer programming* yang menyatakan persentase nilai solusi optimum pada *target cell* seberapa besar menyimpang dari *integer constraint* (default 5% dari nilai optimum).
- **Assume Linear Model**, jika bagian ini dipilih dapat mempercepat proses mendapatkan solusi, hanya jika semua hubungan dalam model adalah linear dan yang hendak dicari solusinya adalah permasalahan optimasi linear,
- **Assume Non-Negative**, jika bagian ini dipilih solver menggunakan asumsi batas bawah nilai sel yang boleh dirubah adalah 0 (selain sel yang belum ditentukan batas bawah dalam *constraint*),
- **Show Iteration Results**, jika bagian ini dipilih setiap proses pengulangan akan dihentikan oleh solver untuk memberikan kesempatan melihat hasil sementara,
- **Use Automatic Scalling**, digunakan jika terdapat perbedaan yang besar antara input dan output,
- **Estimate Tangent**, metode estimasi awal menggunakan *linear extrapolation* dari suatu *tangent vector*,
- **Estimate Quadratic**, metode estimasi awal menggunakan *quadratic extrapolation*, yang dapat meningkatkan kualitas hasil pada permasalahan non-linear.
- **Derivatives Forward**, digunakan jika perubahan nilai *constraint* relatif lebih lambat,
- **Derivatives Central**, digunakan jika perubahan nilai *constraint* relatif lebih cepat, terutama disekitar batas (limit)
- **Search Newton**, menggunakan metode *quasi-Newton* yang membutuhkan memory lebih besar namun jumlah pengulangan (iterasi) lebih sedikit.
- **Search Conjugate**, menggunakan metode yang membutuhkan memory lebih sedikit namun jumlah pengulangan (iterasi) lebih besar, digunakan untuk permasalahan yang besar dan ketersediaan memory yang terbatas.
- **Load Model**, menampilkan referensi model yang pernah disimpan,
- **Save Model**, menyimpan referensi model, dilakukan jika ingin menyimpan lebih dari satu model dalam suatu worksheet.

Gambar 4a memperlihatkan menu *change constraint* untuk merubah persyaratan sel referensi, pilihan yang tersedia adalah ( $\leq$ ,  $\geq$ , =, integer, dan binary). Setelah semua menu telah terisi dan tombol **solve** ditekan, maka jika proses optimasi berhasil akan muncul menu sebagaimana terlihat pada Gambar 4b yaitu informasi bahwa solver telah berhasil mendapatkan solusi yang paling optimum dan semua constraint dipenuhi.



Gambar 4. Menu Input Solver Constraint dan Solver Results Dalam Microsoft Excel

### 3. CONTOH PENGGUNAAN SOLVER

Untuk memperjelas penggunaan solver dalam proses kalibrasi model GR berikut ditampilkan contoh proses kalibrasi parameter  $\beta$  berdasarkan Matriks Asal-Tujuan (Tabel 2), Matriks Biaya (Tabel 3) dan fungsi hambatan eksponential-negatif  $\rightarrow e^{-\beta C_{id}}$

Tabel 2: Matriks Asal-Tujuan [6]

T <sub>id</sub>	ZONA	TUJUAN					O <sub>i</sub>
		1	2	3	4	5	
ASAL	1	94	247	45	1	113	500
	2	8	169	4	1	119	301
	3	8	118	436	13	300	875
	4	189	212	141	458	350	1,350
	5	1	4	14	8	448	475
D <sub>d</sub>		300	750	640	481	1,330	3,501

Tabel 3: Matriks Biaya (C<sub>id</sub>) [6]

C <sub>id</sub>	ZONA	TUJUAN				
		1	2	3	4	5
ASAL	1	5	10	20	50	35
	2	25	5	40	45	25
	3	50	35	10	35	40
	4	25	40	35	5	50
	5	45	50	25	15	10

Langkah pertama yang harus dilakukan adalah memasukkan data MAT, data Matriks Biaya dan pilihan jenis fungsi hambatan yang akan digunakan dalam worksheet **Data Input**.

Selanjutnya dilakukan proses kalibrasi dengan bantuan solver terhadap sel referensi yang terdapat pada worksheet **Kalibrasi Fungsi Hambatan** sebagaimana terlihat pada Tabel 4a. Setelah solver berhasil mendapatkan solusi hasilnya seperti Tabel 4b

Tabel 4: Sel Referensi Solver Sebelum dan Sesudah Optimasi

Set Target Cell (minimize)	
SSE =	363,008.8662
RMSE =	71.0056

Set Target Cell (minimize)	
SSE =	2.5500
RMSE =	0.1882

by Changing Cell	
$\alpha$ =	-
$\beta$ =	-

by Changing Cell	
$\alpha$ =	-
$\beta$ =	0.0855



Pada Tabel 6 dan 7 terlihat bahwa sesungguhnya proses pengulangan perhitungan faktor penyeimbang  $A_i$  dan  $B_d$  sudah mencapai konvergen sejak pengulangan ke-10 ( $A_i$ ) dan sejak pengulangan ke-14 ( $B_d$ ), sehingga batas asumsi jumlah pengulangan maksimum 20 masih memadai.

Tabel 8 memperlihatkan nilai selisih antara MAT hasil pengamatan dan MAT hasil penaksiran dengan nilai terbesar dan terkecil adalah 0,7528 dan -0,4543, hasil tersebut dapat dilihat pada worksheet **Kalibrasi Fungsi Hambatan**.

**Tabel 8:** Selisih MAT Setelah Kalibrasi

Galat	TUJUAN					$O_i$	
	ZONA	1	2	3	4		5
ASAL	1	(0.24777)	(0.28983)	0.56688	(0.12502)	0.09574	0.00000
	2	(0.39862)	0.75275	(0.30546)	(0.39796)	0.34929	0.00000
	3	0.11995	0.23169	(0.08399)	(0.16204)	(0.10561)	(0.00000)
	4	0.09772	(0.45434)	(0.03938)	0.53563	(0.13963)	0.00000
	5	0.42873	(0.24028)	(0.13805)	0.14938	(0.19978)	0.00000
$D_d$	0.00000	0.00000	(0.00000)	0.00000	(0.00000)	0.00000	0.00000

MAT akhir hasil kalibrasi  $\beta$  dapat dilihat pada worksheet **Model DCGR Optimum** atau seperti terlihat pada Tabel 9. Tampak beberapa sel ( $1 \rightarrow 3$ ,  $2 \rightarrow 2$ , dan  $4 \rightarrow 4$ ) mempunyai perbedaan nilai (maksimum = 1) dengan MAT awal pada Tabel 2.

**Tabel 9:** MAT Setelah Kalibrasi

$T_{id}$	TUJUAN					$O_i$	
	ZONA	1	2	3	4		5
ASAL	1	94	247	46	1	113	500
	2	8	170	4	1	119	301
	3	8	118	436	13	300	875
	4	189	212	141	459	350	1,350
	5	1	4	14	8	448	475
$D_d$	300	750	640	481	1,330	3,501	

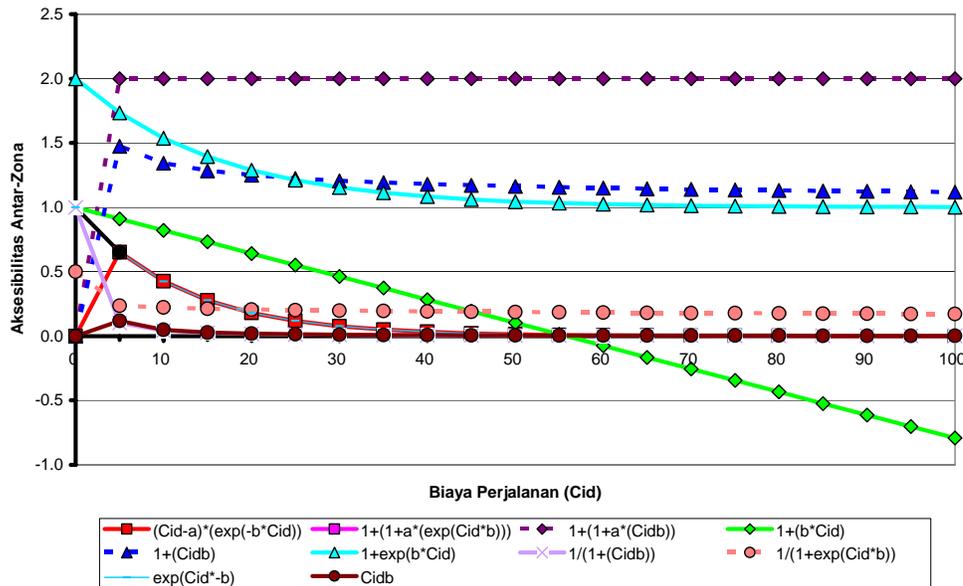
Selain tiga fungsi hambatan yang umumnya dipergunakan, worksheet **Rangkuman Fungsi Hambatan** juga dapat menampilkan parameter dan jenis fungsi hambatan yang lain [3] sebagaimana terlihat pada Tabel 10.

**Tabel 10:** Rangkuman Parameter Fungsi Hambatan

No.	FUNGSI HAMBATAN $f(C_{id})$	$\alpha$	$\beta$	SSE	RMSE
1	$(C_{id}^{-\alpha}) * (\exp(-\beta * C_{id}))$	-0.0004	0.0856	2.5482	0.1881
2	$1 + (1 + \alpha * (\exp(C_{id} * \beta)))$	-816,332.3102	-0.0855	2.5513	0.1882
3	$1 + (1 + \alpha * (C_{id}^\beta))$	-	-	363,008.8662	71.0056
4	$1 + (\beta * C_{id})$		-0.0179	113,764.7975	39.7501
5	$1 + (C_{id}^\beta)$		-0.4640	313,569.7596	65.9935
6	$1 + \exp(\beta * C_{id})$		-0.0621	248,822.9151	58.7867
7	$1 / (1 + (C_{id}^\beta))$		1.3567	23,896.7217	18.2181
8	$1 / (1 + \exp(C_{id} * \beta))$		0.0991	1,177.6049	4.0442
9	$\exp(C_{id} * -\beta)$		0.0855	2.5500	0.1882
10	$C_{id}^\beta$		-1.3225	25,479.6994	18.8118
<b>MINIMUM</b>					<b>0.1881</b>

Pada Tabel 10 terlihat bahwa sesungguhnya fungsi hambatan yang paling optimum adalah fungsi 1 yaitu  $f(C_{id}) = C_{id}^{-\alpha} \times e^{-\beta * C_{id}}$  dengan nilai  $\alpha = -0,0004$ ,  $\beta = 0,0856$  dan  $RMSE = 0,1881$ .

Bentuk dari 10 jenis fungsi hambatan dapat dilihat pada worksheet **Grafik  $f(C_{id})$**  sama seperti yang terlihat pada Gambar 5.



Gambar 5. Fungsi Hambatan Hasil Kalibrasi Parameter  $\alpha$  dan  $\beta$

#### 4. KESIMPULAN

Berdasarkan pengujian dapat disimpulkan bahwa penggunaan fasilitas add-in solver pada spreadsheet Microsoft Excel untuk mengkalibrasi model GR mempunyai keunggulan yaitu kemudahan penggunaan dan kecepatan proses perhitungan berulang (iterasi) dibanding metode kalibrasi secara konvensional (perhitungan secara manual). Namun penggunaan spreadsheet solver juga mempunyai keterbatasan dalam hal fleksibilitas terhadap perubahan dimensi Matriks Asal-Tujuan (MAT).

#### 5. DAFTAR PUSTAKA

1. Hesse, R. (1997) *Managerial Spreadsheet Modeling and Analysis*. Chicago: Irwin.
2. Frontline Systems, Inc. <http://www.solver.com>
3. Setiawan, R. (2001) *Optimasi Kinerja Sistem Elevator Pada Gedung P*, Thesis Pascasarjana Magister Teknik Sipil, Universitas Kristen Petra, Surabaya.
4. Setiawan, R. (2004) *Program Komputer Untuk Pemodelan Sebaran Pergerakan*. Universitas Parahyangan Bandung: Proceeding Simposium VII Forum Studi Transportasi antar Perguruan Tinggi (FSTPT).
5. Tamin, O.Z. (2000) *Perencanaan & Pemodelan Transportasi*. edisi ke-2, Bandung: Penerbit ITB.
6. Tamin, O.Z. (2003) *Perencanaan & Pemodelan Transportasi: Contoh Soal dan Aplikasi*. Bandung: Penerbit ITB.